ECUACIONES DIFERENCIALES Y SISTEMAS DINÁMICOS

ORGANIZADA POR: PABLO AMSTER, JOSÉ ÁNGEL CID Y DANIEL FRANCO

Horario

Lunes 12/12/2022, 15:30–15:50: Soledad Fernández-García (Universidad de Sevilla), *Red de osciladores lento-rápido que modelan concentraciones de calcio intracelular en neuronas. Nuevos patrones y simulaciones ROM.*

Lunes 12/12/2022, 15:50–16:10: Agustín Muñoz González (Universidad de Buenos Aires), *Modelo de un mercado teórico por Caginalp et al (parte 1).*

Lunes 12/12/2022, 16:10–16:30: Juan Ignacio Sequeira (Universidad de Buenos Aires), *Modelo de un mercado teórico por Caginalp et al (parte 2).*

Lunes 12/12/2022, 16:30–16:50: Manuel Zamora (Universidad de Oviedo), *On the planar L_p Minkowski problem with sign-changing data.*

Martes 13/12/2022, 17:30–17:50: Juan Segura (Universitat Pompeu Fabra), *Aportaciones de la dinámica discreta a las ecuaciones diferenciales con retardo: aplicación a un modelo económico.*

Martes 13/12/2022, 17:50-18:10: José Ángel Cid (Universidade de Vigo), *Un método de "averaging" abstracto y aplicaciones.*

Martes 13/12/2022, 18:10-18:30: Pablo Amster (Universidad de Buenos Aires), *En el comienzo fue la raíz cuadrada.*

Resúmenes

Soledad Fernández-García (Universidad de Sevilla). *Red de osciladores lento-rápido que modelan concentraciones de calcio intracelular en neuronas. Nuevos patrones y simulaciones ROM.*

En el trabajo [1], analizamos los patrones de sincronización de dos osciladores lento-rápido 3D idénticos, acoplados simétricamente y construidos como una extensión de la dinámica de FitzHugh-Nagumo, que en particular da lugar a oscilaciones de modo mixto. En este modelo, la tercera variable de cada oscilador representa la concentración de calcio intracelular en las neuronas. Por lo tanto, el modelo global es de seis dimensiones con dos variables rápidas y cuatro variables lentas con fuertes propiedades de simetría.

Consideramos ahora en [2] dos extensiones para este modelo. Primero, incorporamos heterogeneidad entre las células a través de un parámetro que ajusta la frecuencia intrínseca en cada neurona. Además, analizamos el acoplamiento de los dos osciladores para diferentes valores del parámetro e identificamos nuevos patrones de sincronización. En segundo lugar, introducimos una red de $N > 2$ neuronas divididas en dos grupos: el acoplamiento entre las neuronas de cada grupo es excitatorio, mientras que el acoplamiento entre los dos grupos es inhibitorio. Dicho sistema tiene como objetivo modelar las interacciones entre neuronas que tienden a sincronizarse en cada una de las dos subpoblaciones que se inhiben entre sí, como es el caso de las motoneuronas ipsi y contralaterales. Para realizar las simulaciones numéricas en este caso, cuando N es grande, como paso inicial hacia el análisis de redes, consideramos Modelos de Orden Reducido para ahorrar costes computacionales.

Este trabajo ha sido realizado en colaboración con Alejandro Bandera, Macarena Gómez-Mármol y Alexandre Vidal. Esta investigación está siendo parcialmente financiada por el Ministerio de Ciencia e Innovación mediante el proyecto PID2021-123153OB-C21.

1. S. Fernández-García, A. Vidal. Symmetric coupling of multiple timescale systems with Mixed-Mode Oscillations and synchronization. Physica D: Nonlinear Phenomena. 401, 132129, 2020.
2. A. Bandera, S. Fernández-García, M. Gómez-Mármol, A. Vidal. A Multiple Timescale Network Model of Intracellular Calcium Concentrations in Coupled Neurons: Insights From Rom Simulations. Mathematical Modelling of Natural Phenomena, 17, 11, 2022.

Agustín Muñoz González (Universidad de Buenos Aires). *Modelo de un mercado teórico por Caginalp et al (parte 1)*

En esta primera parte del trabajo realizado junto a Juan Sequeira presentaremos un sistema dinámico para el modelado de un mercado financiero desarrollado por Caginalp y colaboradores.

El modelo se basa en la noción de exceso de demanda de la economía e incorpora el aspecto emocional del sentimiento del inversor. Dentro de este modelo, la reacción emocional del cuerpo de inversionistas es comprar cuando el precio ha estado creciendo y vender cuando ha estado bajando. Las motivaciones racionales se basan en capitalizar la diferencia entre el precio y el valor intrínseco o fundamental. Estos dos efectos competitivos proporcionan la base para las fluctuaciones y la inestabilidad.

Mencionaremos algunas relaciones importantes entre el precio de equilibrio, el valor fundamental y una noción clave del modelo llamada liquidez. Además, mostraremos ejemplos numéricos en los que se aprecia la importancia de la liquidez en la formación de las burbujas de mercado.

Concluiremos con una aplicacion al modelado de una criptomoneda genérica y daremos algunos resultados de estabilidad para el sistema resultante.

1. P. Amster. Ecuaciones diferenciales con retardo. *Cursos y seminarios de matemática Serie B*, 2017.
2. T. Burton and L. Hatvani. Stability theorems for nonautonomous functional differential equations by Liapunov functionals. *Tohoku Mathematical Journal, Second Series*, 41(1): 65–104, 1989.
3. S. N. Busenberg and K. L. Cooke. Stability conditions for linear nonautonomous delay differential equations. *Quarterly of Applied Mathematics*, 42(3): 295–306, 1984.
4. C. Caginalp. A dynamical systems approach to cryptocurrency stability, *AIMS Mathematics*, 2019, 4(4): 1065–1077.
5. G. Caginalp and D. Balenovich. Asset flow and momentum: deterministic and stochastic equations. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 357: 2119–2133, 1999.
6. G. Caginalp and G. B. Ermentrout. A kinetic thermodynamics approach to the psychology of fluctuations in financial markets. *Applied Mathematics Letters*, 3(4):17–19, 1990.
7. H. L. Smith. *An introduction to delay differential equations with applications to the life sciences*, volume 57. Springer New York, 2011.

Juan Ignacio Sequeira (Universidad de Buenos Aires). *Modelo de un mercado teórico por Caginalp et al (parte 2)*

En esta segunda parte del trabajo realizado junto a Agustín Muñoz González continuaremos con el estudio del modelo de precio de un activo financiero desarrollado por Caginalp y colaboradores.

Incorporaremos un retardo discreto en la variable que representa la motivación racional del inversor de comprar el activo, la cual busca capitalizar la diferencia entre el precio del activo y el valor intrínseco. Mostraremos que bajo ciertas condiciones sobre los parámetros ligados al modelo los equilibrios son asintóticamente estables.

Por último, al permitir que el parámetro que afecta el aspecto emocional sea variable obtendremos una ecuación diferencial con retardo no autónoma. Usaremos resultados clásicos de la teoría de Lyapunov para garantizar la estabilidad uniforme y absoluta de la dináamica del precio.

1. P. Amster. Ecuaciones diferenciales con retardo. *Cursos y seminarios de matemática Serie B*, 2017.
2. T. Burton and L. Hatvani. Stability theorems for nonautonomous functional differential equations by Liapunov functionals. *Tohoku Mathematical Journal, Second Series*, 41(1): 65–104, 1989.
3. S. N. Busenberg and K. L. Cooke. Stability conditions for linear nonautonomous delay differential equations. *Quarterly of Applied Mathematics*, 42(3): 295–306, 1984.
4. C. Caginalp. A dynamical systems approach to cryptocurrency stability, *AIMS Mathematics*, 2019, 4(4): 1065–1077.
5. G. Caginalp and D. Balenovich. Asset flow and momentum: deterministic and stochastic equations. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 357: 2119–2133, 1999.
6. G. Caginalp and G. B. Ermentrout. A kinetic thermodynamics approach to the psychology of fluctuations in financial markets. *Applied Mathematics Letters*, 3(4):17–19, 1990.
7. H. L. Smith. *An introduction to delay differential equations with applications to the life sciences*, volume 57. Springer New York, 2011.

Manuel Zamora (Universida de Oviedo). *On the planar L_p Minkowski problem with sign-changing data*

In this talk we will discuss the existence of a $T-$periodic solution to the second-order differential singular equation

$$u'' + u = \frac{h(t)}{u^{\mu}},$$

where $\mu \geq 1$ and h is a general sign-changing function defined on $[0, T]$. Our result has a direct reading on the two-dimensional L_p Minkowski problem with sign-changing data.

Juan Segura (Universitat Pompeu Fabra). *Aportaciones de la dinámica discreta a las ecuaciones diferenciales con retardo: aplicación a un modelo económico*
Una de las piedras angulares del estudio del crecimiento económico es el modelo de Solow. Este está dado por una ecuación diferencial ordinaria que bajo condiciones neoclásicas garantiza que el capital por unidad de trabajo efectivo converge a un equilibrio estable para cualquier valor de los parámetros. Pese a haber sido establecido en 1956, es propuesto aún hoy en día por entidades como el Banco Mundial para realizar predicciones a largo plazo. Sin embargo, ha sido objeto de gran número de críticas debido a su simplicidad, al no conseguir captar en muchas ocasiones la realidad económica. Esto ha motivado su modificación en múltiples direcciones. Inicialmente, se consideró un modelo en tiempo discreto, que como tal implicaba retardo en la toma de decisiones por parte de los agentes económicos. Adicionalmente, se establecieron condiciones no neoclásicas introduciendo efecto polución a partir de no linealidades en la función de producción. En tiempo continuo, estas dos modificaciones llevaron a una ecuación diferencial ordinaria con retardo para la que se establecieron condiciones suficientes de estabilidad global. Paralelamente, el incremento de movilidad en los factores de producción observado en las últimas décadas llevó a otra generalización del modelo mediante la introducción de una componente espacial. Esta modificación se estudió sin considerar retardo en la toma de decisiones por parte de los agentes económicos.

Presentaremos una generalización más completa del modelo de Solow, que se acerca más a la realidad económica al considerar simultáneamente efecto polución, retardo en la toma de decisiones y componente espacial. Esto lleva a una ecuación de reacción-difusión con retardo, para la que utilizando resultados de dinámica discreta presentaremos condiciones suficientes para la existencia de un equilibrio estable espacialmente homogéneo e independiente del retardo.

José Ángel Cid (Universidade de Vigo). *Un método de "averaging" abstracto y aplicaciones*
Se presentará un método de "averaging" abstracto para ecuaciones semilineales de la forma

$$Lx = \varepsilon N(n, \varepsilon),$$

donde L es un operador lineal de Fredholm de índice cero. También se mostrarán diversas aplicaciones a la existencia de soluciones periódicas de ecuaciones diferenciales. Este es un trabajo conjunto con los profesores J. Mawhin y M. Zima.

1. J. A. Cid, J. Mawhin and M. Zima, An abstract averaging method with applications to differential equations. *J. Differential Equations* 274 (2021), 231–250.

Pablo Amster (Universidad de Buenos Aires). *En el comienzo fue la raíz cuadrada*
En esta charla presentaremos un invariante homotópico para curvas en el plano, basado en la raíz cuadrada compleja. Mostraremos las principales propiedades, que se deducen de manera elemental, y presentaremos algunas aplicaciones para encontrar órbitas periódicas de sistemas planares del tipo $u'(t) + g(u(t)) = p(t)$. Este es un trabajo en colaboración con José Ángel Cid.

1. P. Amster and J. A. Cid, The full power of the half power. *Expositiones Mathematicae* (2022), to appear. Available at https://doi.org/10.1016/j.exmath.2022.10.002
